Tributación óptima - Ramsey taxation:

- Hemos visto el efecto de distintos tipos de impuestos y esquemas de financiamiento público en el equilibrio macro.
- No hemos estudiado cuál es el esquema tributario óptimo.
- Cómo se deben fijar los impuestos para maximizar el bienestar de los hogares sujeto a que el gobierno recaude los impuestos necesarios para cubrir su gasto?
- El gobierno debe tener en cuenta cuál es el efecto de distintos esquemas en el bienestar de los hogares.
- Dos escenarios: ① impuestos de suma fija.

  ② Impuestos al ingreso y al capital.

Problema de Ramsey: Impuestos de suma fija:

- Hogar vive ∞s períodos.
- Preferencias: $\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} U(c_t, h_t)$, $0<\beta<1$.
- Restricción de tiempo $h_t + n_t = H$.
- Bien final: $y_t = F(k_{t-1}, l_t)$
- Resource constraint:

$$c_t + G_t + i_t = y_t \quad , \quad i_t = k_t - (1-\delta) k_{t-1}$$

$$c_t + G_t + k_t = F(k_{t-1}, l_t) + (1-\delta) k_{t-1}$$

$\hookrightarrow G_1, G_2, G_3, \ldots$ es exógena.

- Gobierno recauda impuestos de suma fija $T_1, \ldots$ para financiar $G_1, \ldots$
- Restricción presupuestal:

$$G_t - D_t = T_t - (1+r^g_{t-1}) D_{t-1}$$

Problema del hogar: • Hogares son dueños del capital.

• Cada período, el hogar arrienda su capital a las firmas a un 'precio' q_t por unidad.

• Hogar representativo.

$$\max \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, h_t) \quad \text{s.a.} \quad h_t + n_t = H$$

$$i_t = k_t - (1-\delta) k_{t-1}$$

$$c_t + i_t + b_t = w_t n_t + q_t k_{t-1} + \pi_t + (1+r_{t-1}) b_{t-1} - T_t$$

$$\Downarrow$$

$$c_t + k_t + b_t = w_t n_t + q_t k_{t-1} + \pi_t + (1-\delta) k_{t-1} + (1+r_{t-1}) b_{t-1} - T_t$$

$$\mathcal{L} = \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, H-n_t) + \sum_{t=1}^{\infty} \lambda_t \big(w_t n_t + q_t k_{t-1} + \pi_t + (1-\delta) k_{t-1} + (1+r_{t-1}) b_{t-1} - T_t - c_t - k_t - b_t \big)$$

$[c_t]$: $\beta^{t-1} u_c(c_t, H-n_t) = \lambda_t$

$[n_t]$: $\beta^{t-1} u_h(c_t, H-n_t) = \lambda_t w_t$

$[b_t]$: $\lambda_t = (1+r_t)\lambda_{t+1}$

$[k_t]$: $\lambda_t = \lambda_{t+1}(q_{t+1} + 1 - \delta)$

$[\lambda_t]$: restricción presupuestal.

Condiciones de optimalidad:

① $u_h(c_t, H-n_t) = w_t u_c(c_t, H-n_t)$ ← cond. intra

② $u_c(c_t, H-n_t) = \beta(1+r_t) u_c(c_{t+1}, H-n_{t+1})$ ← cond. inter.

③ $\underbrace{1+r_t}_{\text{retornos bonos}} = \underbrace{q_{t+1} + 1 - \delta}_{\text{retornos de capital.}}$ ← cond no arbitraje.

④ restricción presupuestal

La restricción presupuestal la podemos convertir en una restricción intertemporal:

$$\sum_{t=1}^{\infty} \frac{c_t}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{w_t n_t + \pi_t - T_t}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})} + (1+r_0) b_0 + (q_1 + 1 - \delta) k_0$$

Problema de la firma:

$$\max_{k_{t-1}, l_t} \quad F(k_{t-1}, l_t) - w_t l_t - q_t k_{t-1}$$

En óptimo: $w_t = F_l(k_{t-1}, l_t)$

$$\underbrace{q_t}_{\text{Costo marg capital}} = \underbrace{F_k(k_{t-1}, l_t)}_{\text{prod. marginal del capital.}}$$

Si función F tiene retornos constantes a escala

$\left(F(k_{t-1}, l_t) = A_t k_{t-1}^{\alpha} l_t^{1-\alpha} \right)$:

teorema de Euler para funciones homogeneas.

$$F(k_{t-1}, l_t) = F_k(k_{t-1}, l_t) \cdot k_{t-1} + F_l(k_{t-1}, l_t) \, l_t$$

$$\pi_t = F(k_{t-1}, l_t) - w_t l_t - q_t k_{t-1}$$

$$= F(k_{t-1}, l_t) \underbrace{- F_l(k_{t-1}, l_t) \cdot l_t - F_k(k_{t-1}, l_t) \cdot k_t}_{-F(k_{t-1}, l_t)}$$

$= 0$ ⟹ Siempre que la función tenga retornos constantes a escala, en equilibrio, las ganancias de la firma van a ser iguales a cero.

⟹ en el problema del hogar vamos a asumir $\pi_t = 0$.

Problema de Ramsey:

Juego en dos etapas:

① Gobierno escoge estructura tributaria $(T_1, \ldots)$ y se compromete a ésta.

② Dados $(T_1, \ldots)$ hogares y firmas interactúan óptimamente en los mercados.

Se resuelve hacia atrás:

① Resolver problemas de hogar y firmas, dados $(T_1, \ldots)$

(2) Resolvemos problema del gobierno sujeto a condiciones de optimalidad de (1).

Es decir, condiciones de optimalidad de hogar y firma son una restricción al problema del gobierno.

En "segunda etapa" cond. optimalidad:

- $u_n(c_t, H-n_t) = w_t u_c(c_t, H-n_t)$
- $u_c(c_t, H-n_t) = \beta(1+r_t)\, u_c(c_{t+1}, H-n_{t+1})$
- Restricción presupuestal
- $1+r_t = q_{t+1} + 1-\delta$
- $w_t = F_\ell(k_{t-1}, \ell_t)$
- $q_t = F_k(k_{t-1}, \ell_t)$

Problema del gobierno:

$$\max_{\tau_t,\dots} \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, H-n_t) \qquad \text{s.a.}$$

(1) $\displaystyle\sum_{t=1}^{\infty} \frac{G_t}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{T_t}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})} - (1+r_0)D_0$

(2) $c_t + k_t - (1-\delta)k_{t-1} + G_t = f(k_{t-1}, \ell_t)$

(3) ...

(4) ...

(5) ...

El enfoque "primal" consiste en deshacernos de los precios en estas restricciones.

$$\left.\begin{array}{l} u_n(c_t, H-\ell_t) = F_\ell(k_{t-1}, \ell_t)\, u_c(c_t, H-\ell_t) \\ u_c(c_t, H-\ell_t) = \beta\left(F_k(k_t, \ell_{t+1}) + 1-\delta\right) u_c(c_{t+1}, H-\ell_{t+1}) \end{array}\right\} \text{sólo dependen de cantidades } c_t, \ell_t, k_t.$$

Problema del gobierno:

$$\max_{c_t, l_t, k_t, T_t} \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, H-l_t) \quad \text{s.a.}$$

Por ley de walras, si 2 de los siguientes 3 se cumplen ⇒ la tercera se cumple:
① Restricción de recursos
② Restricción presup. hogar
③ Restric. presup. gobierno.

① $\displaystyle\sum_{t=1}^{\infty} \frac{G_t}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{T_t}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})} - (1+r_0)D_0$

② $c_t + k_t - (1-\delta)k_{t-1} + G_t = f(k_{t-1}, l_t)$

③ $u_h(c_t, H-l_t) = f_l(k_{t-1}, l_t)\, u_c(c_t, H-l_t)$

④ $u_c(c_t, H-l_t) = \beta\left(f_k(k_t, l_{t+1}) + 1 - \delta\right) u_c(c_{t+1}, H-l_{t+1})$

⑤ ~~restricción presupuestal del hogar.~~

→ por ley de walras, si ① y ② se cumplen ⇒ ⑤ se cumple.

$$\frac{1}{1+r_t} = \frac{\beta\, u_c(c_{t+1}, H-l_{t+1})}{u_c(c_t, H-l_t)}$$

$$\frac{1}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})} = \beta^{t-1} \frac{u_c(c_t, H-l_t)}{u_c(c_1, H-l_1)}$$

$$\Rightarrow \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} G_t \frac{u_c(c_t, H-l_t)}{u_c(c_1, H-l_1)} = \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} T_t \frac{u_c(c_t, H-l_t)}{u_c(c_1, H-l_1)} - (1+r_0)D_0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1}(G_t - T_t)\, u_c(c_t, H-l_t) + (1+r_0)\, u_c(c_1, H-l_1) D_0 = 0$$

Problema del gobierno:

$$\max_{c_t, l_t, k_t, T_t} \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, H-l_t) \quad \text{s.a.} \qquad k_0, b_0 \text{ dados.}$$

① $\displaystyle\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1}(G_t - T_t)\, u_c(c_t, H-l_t) + (1+r_0)\, u_c(c_1, H-l_1) D_0 = 0$

② $c_t + k_t - (1-\delta)k_{t-1} + G_t = f(k_{t-1}, l_t)$

③ $u_h(c_t, H-l_t) = f_l(k_{t-1}, l_t)\, u_c(c_t, H-l_t)$

④ $u_c(c_t, H-l_t) = \beta\left(f_k(k_t, l_{t+1}) + 1 - \delta\right) u_c(c_{t+1}, H-l_{t+1})$